氏　　　名	**安部　哲哉**
学位の種類	博士（理学）
学位記番号	第 5458 号
学位授与年月日	平成 22 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項
学位論文名	The alternation number of a knot **（結び目の交代化数について）**
論文審査委員	主　査　教　授　河内　明夫　　　副　査　教　授　金信　泰造 副　査　教　授　枡田　幹也

論　文　内　容　の　要　旨

交代結び目は，代数的にも幾何学的にも最も際立った性質を持つ結び目のクラスである．結び目の交代化数とは，結び目がどれだけ交代結び目から離れているのかを表す不変量である．結び目の交代化数を評価することは一般に困難である．

私は，ホバノフホモロジーに由来するラスムッセン不変量と，古くから知られている不変量である結び目の符号数を用いて，交代化数を下から評価する方法を得た．

交代でない結び目の最も代表的なクラスとして，トーラス結び目がある．これに関して私は，上述の評価式を用いて，以下を示した．

（1）交代化数が 1 であるトーラス結び目はちょうど 2 個であること．

（2）　任意の自然数 n に対して交代化数が n であるトーラス結び目はたかだか有限個であること．

（1）の結果により，ほとんどのトーラス結び目は交代化数が 2 以上であることがわかった．系として，概交代トーラス結び目を完全に決定した．これは C.C.Adams により提出された未解決問題であった．（2）の結果は、交代化数が結び目の複雑さをはかる不変量として有用であることを示している．系として，任意の自然数 n に対して、交代化数が n 以上であるトーラス結び目が無限個存在することを示した．この結果より、多くのトーラス結び目は「大きな」交代化数を持つことがわかった．

また，上述の評価式を用いて，いくつかの閉 3-braid の交代化数を決定した．これは，トーラス結び目以外の素な結び目で，「大きな」交代化数を持つ初めての例である．一方，デーン手術の理論の文脈でよく研究されているモンテシノス結び目の交代化数は 1 以下であることを示した．

最後の章では，交代化数と関係が深いトゥラエフ種数について調べた．特に，交代結び目の一般化である充足結び目のトゥラエフ種数をホバノフホモロジーを用いて完全に決定した．これは，ホバノフホモロジーの結び目理論への応用として重要であると思われる．

論　文　審　査　の　結　果　の　要　旨

交代結び目は結び目理論的には理解しやすい種類の結び目である．本論文では，いろいろな結び目，特にトーラス結び目，閉3次ブレイドとなるような結び目，モンテシノス結び目，充足結び目について，それらが交代結び目からどの程度離れているかを研究している．どの程度離れているかの概念として，本論文では，河内が提出した交代化数とよばれる概念を詳しく論じている．議論の主要道具として，安部氏は，結び目の交代化数は近年開発されたホバノフホモロジーから得られるラスムッセン不変量という整数値不変量と結び目の符号数の差の絶対値の半分で下から抑えられるという基本的な結果を示した．これを用いることで，上述のいろいろな結び目について，交代化数を計算した．特筆すべきは，交代化数 1 のトーラス結び目は丁度 2 個であることを示し，その帰結として（M. Stosicも同時期，独立な方法で解決したが）交代化数に類似した概念である不交代数についての C. C. Adamsの提出した予想を肯定的に解決した．交代化数と不交代数の違いを例示することにより明確にした点も高く評価できる．

論文の構成は以下の通りである．§1はイントロダクションである．§2は結び目の交代化数の下限について，§3はトーラス結び目の交代化数について，§4は閉3次元ブレイドとなるような結び目の交代化数について，§5はモンテシノス結び目の交代化数について，§6は充足結び目の

交代化数について述べている.
　以上により、本論文は、結び目理論における新しい知見を与えるものであり, 位相幾何学に貢献するところ大である.
よって, 博士（理学）の学位を授与するに値すると審査した.